

Examen d'Histoire et Méthode des Sciences

Septembre 2006

Licence L₂ mathématique et informatique

AUCUN DOCUMENT AUTORISÉ.

Questions de réflexion

Répondez aux questions suivantes à partir du Texte extrait du livre « *Composition mathématique* » de Claude Ptolémée.

1. Quels avantages Ptolémée voit-il dans les mathématiques ?

Les mathématiques permettent l'accès à une connaissance « solide et exempte de doute », ce qui est l'apanage de la déduction, nous invitant à procéder par étapes. Les mathématiques offrent une méthodologie. Bien sûr des hypothèses sont nécessaires, mais Ptolémée souhaite qu'elles n'aient trait qu'à « ce qui est évident, réel et certain », les conséquences étant démontrées par des procédés.

2. Quel rôle ont les observations ?

Les observations sont source de motivations pour affiner par étape la théorie. Elles sont source de « degré d'évidence, de certitude et d'ordre » mettant ainsi la théorie à l'abri de toute remise en question ultérieure. Les observations ont donc un double rôle : elle stimule la recherche et valide les théories.

3. Comment Ptolémée démontre-t-il que les mouvements célestes doivent être de nature circulaire ?

La démonstration de Ptolémée repose sur l'évidence observationnelle que tout tourne autour de la terre. La « révolution circulaire des étoiles toujours visibles » contribue « à l'idée de sphéricité » : ce qui évacue le doute, c'est l'existence d'un axe de rotation — le pôle. La démonstration se fait par l'absurde — supposer un mouvement des étoiles en ligne droite — qui, de par l'hypothèse contraire qui est faite, n'offre qu'une démonstration bien faible. La belle méthode annoncée se résume finalement à bien peu.

4. Quelle est la forme de la terre ? Comment est-ce justifié ?

Déjà chez Ptolémée, la forme de la terre est sphérique. Ceci était connu d'Aristote grâce à l'observation des éclipses. L'argument utilisé repose sur le fait que tous les hommes ne voient pas les éclipses aux mêmes heures. La nature de la démonstration est identique à celle de la précédente : un argument contraire — grossier — est utilisé pour démontrer l'impossibilité d'une autre hypothèse. Plus subtil est l'argument sur la compensation de la chute des corps qui, par annulation moyenne, ne donne aucun mouvement à la terre ; pourtant, une fois encore, il faut être convaincu par l'immobilité de la terre pour que cette argumentation fonctionne.

5. Quel est le mouvement attribué à la terre par Ptolémée ? Comment le justifie-t-il ? Comment pouvez-vous le relier au fait que, selon Aristote, plus un corps est lourd, plus il chute rapidement ?

La terre n'a pas de mouvement de translation. Cette démonstration repose sur la loi Aristotélicienne qui affirme que la vitesse de chute dépend de la masse : « deux kilos de plumes tombent plus vite qu'un kilo de plomb ». Cette loi ne fût critiquée sérieusement qu'à la Renaissance, notamment par Galilée. Aussi, selon cette loi bien acceptée durant l'Antiquité, la terre ne peut à la fois être animée d'un mouvement de translation et garder tout ce qui est à sa surface car un différentiel de vitesse doit nécessairement résulter de ce mouvement d'ensemble.

6. Compte tenu de la précision des observations de l'époque, que pensez-vous de la démarche scientifique de Ptolémée ?

D'une certaine manière, le maillon faible de la démarche scientifique de Ptolémée résulte bel et bien dans les évidences observationnelles. La capacité à raisonner et à déduire est déjà mise en œuvre — elle est principalement héritée des travaux d'Euclide — mais les nécessaires prémisses sont encore trop fragiles : ce qui est pris comme évidence observationnelle est trop ancré dans les croyances et les très rares critiques qui tentèrent d'ouvrir d'autres voies comme Aristarque de Samos ou Héraclide du Pont rencontrèrent de telles difficultés à offrir une explication cohérente à l'ensemble des faits, les plus délicats étant liés aux vols des oiseaux, le déplacement des nuages, l'effet centrifuge, le mouvement des projectiles vers l'Est et vers l'Ouest, etc. La démarche de Ptolémée est louable dans la mesure où il tente de « sauver les phénomènes », malheureusement, ces observations sont insuffisantes.

...la théorie et la pratique tirent leur plus grande perfection, celle-ci, d'un exercice constant et assidu dans les mêmes travaux, l'autre de ses progrès dans la découverte des règles à suivre[...] Les mathématiques seules donnent à ceux qui s'y appliquent avec méthode, une connaissance solide et exempte de doute, les démonstrations y procédant par les voies certaines de calcul et de mesure. Nous avons résolu d'en faire aussi le sujet de nos méditations et de nos travaux, et nous avons choisi de préférence la science des mouvements célestes, comme la seule dont l'objet soit immuable et éternel, et la seule qui soit susceptible de ce degré d'évidence, de certitude et d'ordre qui la met à l'abri de toute variation; ce qui est le caractère de la science.

Chap I : de l'ordre des théorèmes

Nous commencerons cet ouvrage par considérer d'abord la relation entre la terre et tout le ciel; ensuite, entrant dans les détails, nous parlerons premièrement de la situation du cercle oblique et de la position des lieux de cette partie de la terre que nous habitons, ainsi que des différences qui existent entre les uns et les autres, par les diverses inclinaisons de leurs horizons respectifs; car ces préliminaires faciliteront les recherches qui suivront. En second lieu, nous considérerons le mouvement du soleil puis celui de la lune et toutes leurs circonstances. Car, sans cette connaissance préalable, il serait impossible d'appuyer sur une méthode certaine, la théorie des étoiles. Puis, continuant sur ce plan, pour terminer par les étoiles nous exposerons d'abord la sphère de celles qu'on appelle fixes; ensuite viendront les cinq astres qu'on nomme planètes. Nous entreprendrons d'expliquer chacune de ces choses, en posant pour principes et pour bases de ce que nous voulons trouver, ce qui est évident, réel et certain, tant dans les phénomènes, que dans les observations anciennes et modernes, et ne déduisant de ces conceptions leurs conséquences démontrées par des procédés accompagnés de figures linéaires.

Avant tout, il faut admettre généralement que le ciel est de forme sphérique, et qu'il se meut à la manière d'une sphère; que la terre par sa figure, prise dans la totalité de ses parties, est sensiblement un sphéroïde. Qu'elle est au milieu de tout le ciel, comme dans un centre; et que, par sa grandeur et sa distance relativement à la sphère des étoiles fixes, elle n'est qu'un point sans mouvement et sans déplacement. [...]

Chap II : Le ciel se meut sphériquement

La révolution circulaire des étoiles toujours visibles contribua le plus à l'idée de sphéricité dont on eut bientôt acquis la certitude, en voyant, surtout, que cette révolution se fait en tournant autour d'un centre unique et le même pour toutes. Ce point fut nécessairement prit pour le pôle de la sphère céleste; [...] supposons que le mouvement des astres se fasse en ligne droite et sans fin, comme quelques-uns l'ont cru; quel sera le moyen que l'on imaginera pour expliquer comment il se fait que ces astres reparassent tous les jours aux lieux où ils ont paru commencer à se mouvoir? Comment pourraient-ils y retourner s'ils allaient à l'infini, et toujours dans une même direction? [...]

Chap III : La terre est sensiblement de forme sphérique dans l'ensemble de toutes ses parties.

Pour concevoir que la terre est sensiblement de forme sphérique, il suffit d'observer, que le soleil, la lune et les autres astres ne se lèvent et ne se couchent pas pour tous les habitants de la terre à la fois, mais d'abord pour ceux qui sont à l'orient, ensuite pour ceux qui sont à l'occident. Car nous trouvons que les phénomènes des éclipses, particulièrement la lune, qui arrivent toujours dans le même temps absolu, pour

tous les hommes, ne sont pourtant pas vues aux mêmes heures, relativement à celle de midi, c'est-à-dire, aux heures également éloignées du milieu du jour ; mais que, partout, ces heures sont plus avancées pour les observateurs orientaux, et moins pour ceux qui sont plus à l'occident.

Chap IV : La terre occupe le centre du ciel

Chap V : La terre est comme un point à l'égard des espaces célestes

Chap VI : La terre ne fait aucun mouvement de translation.

Par des preuves semblables aux précédentes, on démontrera que la terre ne peut être transportée obliquement, ni sortir absolument du centre. [...] Il me paraît, d'après cela, superflu de chercher les causes de la tendance vers le centre, une fois qu'il est évident par les phénomènes mêmes, que la terre occupe le milieu du monde, et que tous les corps pesants se portent vers elle ; et cela sera aisé à comprendre, si l'on considère que la terre ayant été démontrée de forme sphérique, et, suivant ce que nous avons dit, placée au milieu de l'univers, les tendances et les chutes des corps graves, je dis celles qui leurs sont propres, se font toujours et partout perpendiculairement au plan mené sans inclinaison par le point d'incidence où il est tangent. [...] Il arrive [...] que les corps pesants et composés de parties épaisses se dirigent vers le milieu comme vers un centre, et nous paraissent tomber en bas, parce que c'est de ce nom que nous appelons ce qui est au-dessous de nos pieds dans la direction du centre de la terre. Mais on doit croire qu'ils s'arrêteraient autour de ce milieu, par l'effet opposé de leurs chocs et de leurs efforts. On conçoit donc que la masse entière de la terre, qui est si considérable en comparaison des corps qui tombent sur elle ; puisse les recevoir dans leur chute, sans que ni leurs poids ni leurs vitesses lui communiquent le moindre mouvement. Mais si la terre avait un mouvement qui lui fût commun avec tous les autres corps graves, elle les précéderait bientôt par l'effet de sa masse, et laisserait sans autre appui que l'air, les animaux et les autres corps graves, et serait bientôt portée hors du ciel même. Toutes ces conséquences sont du dernier ridicule, même à imaginer. Il y a des gens qui, tout en se rendant à ces raisons, parce qu'il n'y a rien à y opposer, prétendent que rien n'empêche de supposer, par exemple, que le ciel étant immobile, la terre tourne autour de son axe, d'occident en orient, en faisant cette révolution une fois par jour à très peu près ; ou que, si l'un et l'autre tournent, c'est autour du même axe, comme nous avons dit, et d'une manière conforme aux rapports que nous observons entre eux.

Chap VII : Il y a dans le ciel deux premiers mouvements différents

[...] Dans la réalité pourtant il n'est le cercle que du soleil qui le décrit par son mouvement annuel, mais on peut dire qu'il est aussi celui de la lune et des autres planètes qui ne s'en écartent jamais ni au hasard ni sans règle, ...